

## II UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA

Anno Accademico 2000 - 2001

Istituzioni di Fisica Teorica

II Compito di Esonero - 6/12/2000

( due esercizi a scelta )

1. Si consideri un sistema di due particelle di spin  $s$  e massa  $m$  la cui mutua interazione è descritta da un oscillatore armonico unidimensionale nella coordinata **relativa**  $q$  con una frequenza caratteristica dipendente dai loro spin  $\mathbf{S}_1$  e  $\mathbf{S}_2$ :

$$H = \frac{p^2}{m} + \frac{1}{2}m\omega^2 \left( 1 + \frac{\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2}{\hbar^2} \right)^2 q^2 . \quad (1)$$

Determinare autovalori ed autofunzioni di  $H$  per i casi seguenti:

1. Due bosoni **distinguibili** di spin 0.
2. Due bosoni **indistinguibili** di spin 0.
3. Due fermioni **indistinguibili** di spin 1/2.
4. Due bosoni **indistinguibili** di spin 1.

2. Si consideri un sistema costituito da due particelle **distinguibili** di spin 1/2, la cui Hamiltoniana è

$$H = \lambda (\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 - S_{1z}S_{2z}) . \quad (2)$$

1. Calcolare autovalori ed autovettori di  $H$ .

2. Se al tempo  $t = 0$  il vettore d'onda è un autostato della componente di  $\mathbf{L}^{(tot)} = \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2$  lungo una direzione identificata dagli angoli polari  $\alpha = 0, \beta = \pi/3$  (ovvero nel piano  $xz$ , ad un angolo di  $\pi/3$  con l'asse  $z$ ), quali sono le probabilità che ad un tempo  $t$  successivo una misura di  $L_x^{(tot)}$  dia i valori 1,0 e -1?

3. Si consideri un sistema in una dimensione descritto da

$$H = \frac{p^2}{2m} + U(q) , \quad (3)$$

dove il potenziale è

$$U(x) = \begin{cases} |U_0|(\frac{|x|}{a}-1) & |x| < a \ ; \\ 0 & |x| > a \ . \end{cases} \quad (4)$$

1. Studiare lo spettro degli stati legati del sistema nella approssimazione WKB.
2. Se  $q$  e  $p$  sono coordinata e momento **relativi** per una coppia di particelle **identiche** di spin 1/2, quali degli stati del punto 1 sono effettivamente disponibili se le due particelle sono nei tre stati di **tripletto** e quali se esse sono nel **singoletto**?