Anno Accademico 2000-2001
Istituzioni di Fisica Teorica
Compito di Esame
16/07/2001

Primo Esercizio

Una particella di spin 1/2 è immersa in un campo magnetico.
All'istante iniziale $t = 0$ una misura della componente s_z dello spin dá con certezza il valore $\hbar/2$, mentre in tempi successivi lo stesso valore si presenta con probabilità $\cos^2(\omega t)$.
Il valore medio dell'hamiltoniano sullo stato del sistema è pari ad E ($E \geq \hbar\omega$), inoltre risulta conservata nel tempo la grandezza fisica corrispondente all'operatore $\mathcal{O}$ definito tramite la sua azione sugli autostati di s_z:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{O}\,|+> \quad &= \rho\, e^{+\imath\alpha}\,|-> \\
\mathcal{O}\,|-> \quad &= \rho\, e^{-\imath\alpha}\,|+> .
\end{aligned}
$$

a) Determinare gli autovalori e gli autostati dell'hamiltoniano.

b) Calcolare in funzione del tempo la probabilità di ottenere il risultato $\hbar/2$ facendo una misura della componente dello spin nella direzione $\hat{n} = (\cos 2\alpha \sin\vartheta, \sin 2\alpha \sin\vartheta, \cos\vartheta)$.

Secondo Esercizio

N particelle di spin 1/2 distinguibili e non interagenti sono all'equilibrio termico alla temperatura T.
Una parte N_1 delle particelle sono governate dall'hamiltoniano H_1 e le altre N_2 particelle ($N = N_1 + N_2$) dall'hamiltoniano H_2:

$$
H_1 = \begin{pmatrix} E & \hbar\omega_1 \\ \hbar\omega_1 & E \end{pmatrix}, \qquad H_2 = \begin{pmatrix} E & \hbar\omega_2 \\ \hbar\omega_2 & E \end{pmatrix},
$$

dove le matrici sono espresse nella base degli autostati di s_z.

a) Calcolare l'entropia del sistema.

b) Calcolare la media termica dell'operatore $\sum_{i=1}^{N} s_+^{(i)}$, dove $s_+ = s_x + i\, s_y$.