

**Istituzioni di Fisica Teorica - Meccanica Quantistica**  
**II Compito di Esonero del 22-11-2002**

**Esercizio II.1**

Una particella di carica  $q$  (positiva) e massa  $m$  è immersa in un campo elettrico  $\vec{\mathcal{E}}$  diretto lungo l'asse  $z$  con

$$\mathcal{E}_z = f_1 \quad \text{per } z < 0 \quad , \quad \mathcal{E}_z = -f_2 \quad \text{per } z > 0 \quad (1)$$

dove  $f_1, f_2$  sono costanti positive.

Scrivere l'equazione di Schrödinger, separare le variabili e discutere qualitativamente lo spettro degli autovalori dell'energia.

Usando la formula di Bohr-Sommerfeld determinare lo spettro dei livelli di energia per la componente  $z$  del moto in approssimazione WKB.

**Esercizio II.2**

L'Hamiltoniano di un sistema di due particelle distinguibili di spin  $1/2$  assume la forma

$$H = \frac{4\omega}{\hbar} \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 + \omega(S_{1y} + S_{2y}) \quad (2)$$

Determinare autostati ed autovalori dell'energia.

All'istante iniziale ( $t = 0$ ) misure simultanee di  $S_{1y}$  e  $S_{2y}$  forniscono i valori  $+\hbar/2$  e  $-\hbar/2$ , determinare in funzione di  $t$  la probabilità che la componente dello spin  $\vec{S}_1$  lungo la direzione individuata da  $\vec{n} = (\cos \alpha, \sin \alpha, 0)$  sia massima.

Facoltativo: discutere le modifiche che si renderebbero necessarie nel caso in cui le due particelle fossero indistinguibili.

**Esercizio II.3**

Un atomo di Elio ( $Z_{\text{He}} = 2$ ) parzialmente ionizzato si trova all'istante  $t = 0$  nello stato descritto dalla funzione d'onda

$$\langle r, \theta, \varphi | \psi, 0 \rangle = \psi(r, \theta, \varphi) = N \left[ \exp(-2r/a) + \left(1 - \frac{r}{a}\right) \exp(-r/a) \right] \quad (3)$$

dove  $a = \hbar^2/mc^2$  e  $N$  una costante di normalizzazione.

Determinare  $N$  e calcolare i valori medi dell'energia e del momento angolare.

Calcolare le incertezze  $\Delta x$  e  $\Delta p_x$  nello stato  $|\psi, t\rangle$  e verificare la relazione d'indeterminazione.