

Istituzioni di Fisica Teorica - Meccanica Quantistica 1
Prova scritta del 26-9-03

Risolvere i seguenti esercizi

Esercizio MQ1

In una base ortonormale di un sistema quantistico a tre stati, l'azione di due operatori è descritta dalle matrici

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Stabilire se A e B descrivono osservabili fisiche e, in tal caso, se le osservabili sono compatibili.

Utilizzando la decomposizione spettrale di B , calcolare la matrice

$$C = \frac{\sinh(Bt)}{(Bt)^2 - 1} \quad .$$

Esercizio MQ2

Si consideri un oscillatore armonico bidimensionale, per il quale

$$H_0 = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2)$$

Studiare lo spettro di H_0 , evidenziando le eventuali degenerazioni dei livelli.

Studiare la possibile rimozione al primo ordine in ϵ della degenerazione dei primi due livelli eccitati risultante dalla perturbazione indipendente dal tempo

$$V = \epsilon xy \quad .$$

Esercizio MQ3

Una particella quantistica in una dimensione è descritta dalla funzione d'onda

$$\langle x|\psi\rangle \equiv \psi(x) = \frac{N}{x^2 + a^2} \quad (1)$$

Fissare la costante di normalizzazione N e determinare le distribuzioni di probabilità delle misure di posizione e impulso nello stato $|\psi\rangle$.

Esercizio MS1

Studiare la termodinamica di un gas di N particelle di massa m distinguibili e non mutuamente interagenti in un cilindro di altezza L e raggio R , alla temperatura T in presenza di un campo gravitazionale uniforme e costante \vec{g} diretto lungo l'asse del cilindro (“atmosfera isoterma”).

In particolare determinare la dipendenza della pressione del sistema dalla posizione lungo l'asse.

Esercizio MS2

Si consideri un sistema di ‘molecole’ non mutuamente interagenti. Per ogni molecola, di massa m , il centro di massa è libero di muoversi in un volume V . Il moto relativo può essere descritto considerando ogni molecola come costituita da due componenti fermionici indistinguibili di spin $1/2$, che dispongono di due soli livelli, di energie $E_0 = 0$ e $E_1 = E > 0$.

Calcolare la funzione di partizione canonica del sistema ed i calori specifici a volume e a pressione costante.