

Istituzioni di Fisica Teorica - Meccanica Quantistica
Problemi 2 da consegnare il 28-10-2002

Problema 2.1

Risolvere l'equazione di Schrödinger indipendente dal tempo per una particella di massa m in presenza di un gradino asimmetrico di potenziale

$$V(x) = 0 \text{ per } x < 0, \quad V(x) = V_1 \text{ per } 0 < x < L \quad V(x) = V_2 \text{ per } x > L \quad (1)$$

con $V_1 > V_2 > 0$.

Dire se il sistema ammette stati legati e calcolare i coefficienti di riflessione e trasmissione per un'onda piana incidente da $-\infty$.

Problema 2.2

Un oscillatore armonico quantistico unidimensionale si trova in uno stato in cui una misura dell'energia darebbe con certezza un valore inferiore a $3\hbar\omega$. All'istante iniziale ($t = 0$) si conoscono inoltre i seguenti valori medi

$$\langle \hat{H} \rangle = \frac{3}{2}\hbar\omega \quad \langle \hat{x} \rangle = 0 \quad \langle \hat{p} \rangle = \sqrt{\hbar m\omega} \quad \langle \hat{x}\hat{p} + \hat{p}\hat{x} \rangle = 0 \quad (2)$$

Dire se lo stato é univocamente definito e calcolare in funzione di t i valori medi di p^2 ed x^2 .

Problema 2.3

Studiare per $x > 0$ l'equazione di Schrödinger indipendente dal tempo

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi'' + \frac{\hbar^2}{2mx^2}(\ell^2 - \frac{1}{4})\psi + \hbar\ell\sqrt{\frac{\kappa}{m}}\psi + \frac{\kappa}{2}x^2\psi = E\psi \quad (3)$$

dove ℓ é un intero (non necessariamente positivo) e discutere qualitativamente lo spettro degli autovalori dell'energia E .

Identificare scale caratteristiche di energia e lunghezza del problema e riscrivere l'equazione suddetta in termini di variabili adimensionali. Studiare i comportamenti asintotici per $x \rightarrow 0^+$ e $x \rightarrow +\infty$ e determinare esattamente lo spettro di E imponendo il troncamento della serie "di raccordo" necessario per avere una soluzione regolare ovunque (per $x > 0$).