

Meccanica Quantistica 1
Problemi 6 da consegnare il 1-12-2003

Problema 6.1

Due rotatori quantistici simmetrici accoppiati sono governati dall'Hamiltoniano

$$H = \frac{\vec{L}_1 \cdot \vec{L}_1}{2I_1} + \frac{\vec{L}_2 \cdot \vec{L}_2}{2I_2} + a\vec{L}_1 \cdot \vec{L}_2 \quad (1)$$

con I_1, I_2, a costanti positive.

Supponendo che nello stato iniziale misure simultanee di $\vec{L} \cdot \vec{L}$ e di L_z diano come risultati $2\hbar^2$ e $+\hbar$ per il primo e $2\hbar^2$ e 0 per il secondo, stabilire i risultati possibili delle misure di $L_{x,1}, L_{x,2}$ e $L_{x,tot} = L_{x,1} + L_{x,2}$ e le relative probabilità in funzione del tempo.

Problema 6.2

Una particella di massa m é confinata all'interno della sfera $r < R$.

Scrivere l'equazione di Schrödinger per la parte radiale della funzione d'onda, stabilire le condizioni al contorno che essa deve soddisfare e discutere qualitativamente lo spettro degli autovalori dell'energia.

Portare l'equazione per lo stato fondamentale ($l = 0$) in forma canonica e risolverla (inclusa la costante di normalizzazione). Calcolare la distribuzione di probabilità delle misure di impulso.

Problema 6.3

Mostrare che se $[H, A] = 0$ e $[H, B] = 0$ ma $[A, B] \neq 0$ allora qualche autovalore di H deve essere degenere.

Discutere la degenerazione dei livelli energetici del rotatore quantistico 'simmetrico' e la rimozione della degenerazione in presenza di un campo magnetico.