MECCANICA QUANTISTICA 1 - A.A. 2003-04

I Esonero Quadratico Medio

Esercizio I.1

Una particella di spin 1/2 é descritta dall'Hamiltoniano

$$\hat{H} = E + \omega(3\hat{S}_x - 4\hat{S}_y)\,.$$

dove E ed ω sono due costanti positive.

Determinare autovalori ed autostati di H e l'operatore di evoluzione $\hat{U} = \exp(-i\hat{H}t/\hbar)$.

Calcolare in funzione del tempo t il prodotto delle incertezze $\Delta\hat{S}_x\Delta\hat{S}_y$ nello nello stato $|\psi(t)\rangle$ nel quale una misura di $\hat{S}_z$ al tempo iniziale ($t = 0$) risulta pari a $+\hbar/2$.

Esercizio I.2

Una particella di massa m in una buca infinita di larghezza L é descritta all'istante iniziale dalla funzione d'onda

$$\psi(x, 0) = \langle x|\psi(0)\rangle = Nx(L - x)\exp(ikx)$$

dove N é un'opportuna costante di normalizzazione e k una costante positiva.

Fissata N, calcolare il valor medio di $\hat{x}$ e la corrente di probabilità J all'istante iniziale.

Determinare in funzione di t le probabilità delle misure di energia nello stato $|\psi(t)\rangle$.

Esercizio I.3

Un'oscillatore armonico di massa m in una dimensione si trova nello stato descritto dalla funzione d'onda

$$\psi(x, 0) = \langle x|\psi(0)\rangle = Nx^2 \exp\left(\frac{m\omega}{2\hbar}x^2\right)$$

dove N é un'opportuna costante di normalizzazione.

Fissata N, stabilire i possibili risultati delle misure di energia e le relative probabilità.

Calcolare in funzione di t i valori medi di $\hat{x}$ e $\hat{p}$ e la distribuzione di probabilità delle misure di p.