MECCANICA QUANTISTICA 1 - A.A. 2003-04

I Esonero del 7-11-03

Esercizio I.1

Una particella di spin 1/2 é descritta dall'Hamiltoniano

$$H = \hbar\omega(|+\rangle\langle+| + |+\rangle\langle-| + |-\rangle\langle+| + |-\rangle\langle-|)$$

dove $|\pm\rangle$ sono gli autostati di S_z ed ω una costante positiva.

Determinare autovalori ed autostati di H e l'operatore di evoluzione temporale. Calcolare in funzione di t le probabilità delle misure di S_z nello stato $|\psi(t)\rangle$ nel quale una misura di S_y al tempo iniziale ($t = 0$) risulta pari a $+\hbar/2$.

Esercizio I.2

Una particella in una buca infinita di larghezza L é descritta all'istante iniziale dalla funzione d'onda

$$\psi(x, 0) = N[\cosh(L - 2x) - \cosh(L)] \quad \text{per} \quad L > x > 0$$

dove N é un'opportuna costante di normalizzazione.

Fissare N e calcolare la distribuzione di probabilità delle misure di p all'istante iniziale. Determinare in funzione di t le probabilità delle misure di energia nello stato $|\psi(t)\rangle$.

Esercizio I.3

Un'oscillatore armonico unidimensionale si trova nello stato nel quale le probabilità di misure di energia sono date da

$$P(E = E_n) = \frac{A}{n!}$$

dove A é un'opportuna costante di normalizzazione.

Fissare A e calcolare il valore medio dell'energia. Supponendo che all'istante iniziale $\langle x(t = 0)\rangle = 0$, stabilire in quale dei seguenti casi:

a) la funzione d'onda è reale e $\langle p(t = 0)\rangle = 0$;

b) il prodotto delle incertezze è $\Delta x \Delta p = \hbar/2$ e $\langle p(t = 0)\rangle > 0$;

lo stato è determinato univocamente e in tal caso calcolare i valori medi di x e p in funzione di t.