MECCANICA QUANTISTICA 1

Prova scritta dell'11-02-04

Esercizio I

Un sistema quantistico è governato dall'Hamiltoniano

$$H = \hbar\omega \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{1}$$

Determinare autostati ed autovalori di H e l'operatore di evoluzione temporale $U(t)$. Si considerino inoltre gli operatori K e L

$$K = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 1 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

Supponendo che all'istante inziale ($t = 0$) il sistema si trovi nell'autostato di K con autovalore minimo, calcolare il valore medio di L in funzione di t.

Esercizio II

Due particelle quantistiche sono governate dall'Hamiltoniano

$$H = \frac{|\vec{p}_1|^2}{2m_1} + \frac{|\vec{p}_2|^2}{2m_2} + \frac{\mu\omega^2}{2}|\vec{x}_2 - \vec{x}_1|^2 \quad , \tag{3}$$

dove μ la massa ridotta. Separando il centro di massa dal resto, determinare autofunzioni ed autovalori di H incluse le eventuali degenerazioni. Supponendo che all'istante iniziale il sistema relativo sia descritto dalla funzione d'onda

$$\psi(\vec{x}_1 - \vec{x}_2, t = 0) = N(1 + z_1 - z_2)\exp(-\mu\omega|\vec{x}_2 - \vec{x}_1|^2/\hbar) \tag{4}$$

dove N è un'opportuna costante di normalizzazione, determinare i possibili risultati delle misure di H e $\vec{L}$ e le relative probabilità in funzione del tempo.

Esercizio III

Un atomo d'idrogeno è sottoposto alla perturbazione

$$X = \epsilon x \sin(\omega t) \tag{5}$$

Discutere le regole di selezione per gli elementi di matrice della perturbazione. Calcolare la probabilità di transizione per unità di tempo dallo stato fondamentale al primo livello eccitato al primo ordine in ϵ.

ISTITUZIONI DI FISICA TEORICA

Prova scritta dell'11-02-04

Esercizio di Meccanica Statistica

Un sistema di N particelle distinguibili e non mutuamente interagenti di spin 1, massa m e carica q è immerso in un campo magnetico uniforme e costante $\vec{B} = (B_0, B_0, 0)$. L'Hamiltoniano di singola particella è dato da

$$H = \frac{|\vec{p}|^2}{2m} - \frac{q}{mc}\vec{S} \cdot \vec{B} \quad , \tag{6}$$

calcolare la funzione di partizione canonica, il calore specifico e la media termica di $\vec{S} = \sum_{i=1}^{N} \vec{S}_i$ in funzione del volume V, della temperatura T e di B_0.