Meccanica Quantistica 1
III Esonero quadratico medio

Problema 1

Due fermioni distinguibili ($m_1 \neq m_2$) di spin 1/2 non interagenti sono posti in una buca di potenziale infinita 'cubica' ($L_x = L_y = L_z = L$). Determinare lo spettro degli autostati e degli autovalori dell'energia, incluse le eventuali degenerazioni.

Calcolare l'effetto della perturbazione

$$W(\vec{x}_1, \vec{S}_1; \vec{x}_2, \vec{S}_2) = \epsilon |\vec{x}_1 - \vec{x}_2|^2 |\vec{S}_1 - \vec{S}_2|^2. \tag{1}$$

sul primo livello al primo ordine in ϵ.

Discutere le modifiche da apportare ai risultati nel caso in cui i due fermioni fossero indistinguibili ($m_1 = m_2$).

Problema 2

Un oscillatore armonico unidimensionale è sottoposto ad una perturbazione della forma

$$U = \lambda(p + 2m\omega x) \tag{2}$$

Discutere l'effetto della perturbazione sui primi due livelli al primo e al secondo ordine in λ.

Supponendo che la perturbazione venga accesa all'istante $t = 0$, calcolare la probabilità di permanenza nello stato fondamentale.

Problema 3

Un atomo di idrogeno è immerso in un campo elettrico inomogeneo della forma

$$\vec{E} = -\kappa(xe^{-\mu r}, ye^{-\mu r}, ze^{-\mu r}) \tag{3}$$

dove κ e μ sono due costanti positive.

Calcolare il potenziale scalare e discutere le regole di selezione per gli elementi di matrice della perturbazione risultante ΔH.

Stimare l'energia dello stato fondamentale del sistema completo descritto da $H + \Delta H$ utilizzando come funzione d'onda di prova

$$\psi_\beta(r, \theta, \varphi) = N_\beta e^{-\beta r} \tag{4}$$

dove β é il parametro variazionale e N_β la costante di normalizzazione.