Meccanica Quantistica 1
III compito di Esonero del 23-1-04

Esercizio 1

Se il fotone avesse una piccola massa m_γ, l'interazione statica fra due cariche q_1 e q_2 sarebbe descritta dal potenziale di Yukawa

$$V_Y(r) = \frac{q_1 q_2}{r} e^{-\mu r}$$

dove $\mu = m_\gamma c/\hbar$.

Trattando la differenza $\Delta V(r)$ fra $V_Y(r)$ ed il potenziale Coulombiano $V_C(r)$ di un atomo di idrogeno come una perturbazione (infatti $\mu a_B << 1$), discutere l'effetto sui primi due livelli di energia al primo ordine della teoria delle perturbazioni.

Esercizio 2

Due particelle distinguibili di spin 1, infinitamente massive, sono governate dall'Hamiltoniano

$$H_0 = \alpha(\vec{S}_1 + \vec{S}_2)^2 + \beta(S_{1z} + S_{2z})$$

dove $\vec{S}_1$, $\vec{S}_2$ rappresentano gli operatori di spin ed α e β costanti positive.

Assumendo che $\hbar\alpha > \beta$, determinare lo spettro degli autostati e degli autovalori di H_0.

Calcolare la probabilità di permanenza nello stato con energia massima di H_0 supponendo che all'istante $t = 0$ venga accesa la perturbazione

$$V = \lambda(S_{1x} + S_{2x})\cos(\omega t) \quad .$$

Discutere le modifiche da apportare nel caso in cui le particelle fossero indistinguibili.

Problema 3

Un oscillatore anarmonico unidimensionale è descritto dall'Hamiltoniano

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + gx^4$$

dove g è una costante positiva.

Stimare l'energia dello stato fondamentale del sistema utilizzando come funzione d'onda di prova

$$\psi_\beta(x) = N_\beta e^{-\beta x^2}$$

dove β è il parametro variazionale e N_β una costante di normalizzazione.