

Meccanica Quantistica 1 - A.A. 2003-04
Problemi 5 da consegnare il 24-11-2003

Problema 5.1

L'Hamiltoniano di rotatore quantistico asimmetrico, immerso in un campo magnetico uniforme e costante diretto lungo l'asse x , assume la forma

$$H = \frac{\vec{L} \cdot \vec{L}}{2I} + a(L_y L_z + L_z L_y) + bL_x \quad (1)$$

con I, a, b costanti positive.

Supponendo che nello stato iniziale misure simultanee di $\vec{L} \cdot \vec{L}$ e di L_x diano come risultati $2\hbar^2$ e $-\hbar$, stabilire i risultati possibili di una misura di L_x e le relative probabilità in funzione del tempo.

Problema 5.2

All'istante iniziale ($t = 0$), una particella di massa m è descritta dalla funzione d'onda

$$\psi(\vec{x}) = \langle \vec{x} | \psi \rangle = N(x + y + z) \exp[-\alpha(x^2 + y^2 + z^2)] \quad (2)$$

Stabilire quali sono i possibili risultati delle misure di $\vec{L} \cdot \vec{L}$ e di L_z e le relative probabilità.

Supponendo che l'energia dia con certezza il risultato $E = 9\hbar^2\alpha/m$, determinare la forma del potenziale e discutere la dipendenza da t delle misure di \vec{L} e H .

Problema 5.3

Si consideri l'Hamiltoniano

$$H = \frac{1}{2m} [(p_x - ax)^2 + (p_y - by)^2 + (p_z - cz)^2] \quad (3)$$

con a, b, c costanti positive. Identificare le simmetrie di H , ovvero gli operatori che commutano con H .

Determinare lo spettro di H incluse le eventuali degenerazioni.