

**Meccanica Quantistica 1**  
**Problemi 3 da consegnare il 27-10-2003**

**Problema 2.1**

Discutere qualitativamente lo spettro dei livelli di energia di una particella di massa  $m$  in presenza del potenziale

$$V(x) = 0 \text{ per } |x| > a \quad V(x) = \frac{\kappa}{2}(x^2 - a^2) \text{ per } |x| < a \quad . \quad (1)$$

Stimare l'energia dello stato fondamentale utilizzando il principio di indeterminazione.

**Problema 2.2**

Una particella di massa  $m$  in una buca infinita di larghezza  $L$  si trova in uno stato in cui misure dell'energia forniranno sicuramente un risultato inferiore  $3\frac{\pi^2\hbar^2}{mL^2}$ .

All'istante iniziale ( $t = 0$ ) si conoscono inoltre i seguenti valori medi

$$\langle \hat{H} \rangle = \frac{7\pi^2\hbar^2}{8mL^2} \quad \langle \hat{x} \rangle = L/2 \quad . \quad (2)$$

Verificare che lo stato non è univocamente definito e determinare, nei due casi fisicamente inequivalenti, i valori medi di  $p^2$  ed  $x^2$  e il prodotto delle incertezze su  $x$  e  $p$  in funzione di  $t$ .

**Problema 2.3**

Una particella libera di massa  $m$  si trova nello stato descritto dalla funzione d'onda

$$\psi(x, t = 0) = \langle x | \psi, t = 0 \rangle = \frac{N}{a^2 + x^2} \quad . \quad (3)$$

Determinare la costante di normalizzazione e la distribuzione di probabilità delle misure dell'impulso.

Esprimere e, quando possibile, calcolare i valori medi di  $x$ ,  $p$ ,  $x^2$  e  $p^2$  in funzione del tempo.