

Meccanica Quantistica 1 - prof. L. Biferale
A.A. 2007-2008
Prova scritta del 18-01-08

Esercizio 1

Un rotatore quantistico è descritto dall'hamiltoniano:

$$H_0 = \frac{1}{2I}(L_x^2 + L_y^2) + \frac{1}{2I_z}L_z^2$$

dove I, I_z sono costanti reali e positive.

– Determinare l'effetto della perturbazione

$$V = \alpha L_x^2$$

sugli autovalori dell'hamiltoniano al primo ordine in α e relativamente alla rappresentazione $l = 1$ del momento angolare.

Esercizio 2

Due particelle identiche di spin s sono vincolate a muoversi sull'asse x nel segmento $x \in [0, L]$ ed interagiscono con un campo magnetico diretto lungo l'asse z

$$H = \frac{1}{2m}(p_{(1)}^2 + p_{(2)}^2) - gB_z(S_z^{(1)} + S_z^{(2)}) \quad x \in [0, L]$$

– Determinare gli autovalori e gli autostati dell'hamiltoniano nei casi $s = 0$ e $s = 1/2$, mettendo in evidenza le simmetrie per scambio e le eventuali degenerazioni. Calcolare esplicitamente i primi due livelli energetici in entrambe i casi, $s = 0$ e $s = 1/2$, considerando $gB\hbar < \frac{1}{2m}(\pi\hbar/L)^2$.

Esercizio 3

Considerare l'elemento di matrice dell'operatore $f(r)\cos(\theta)$ tra due autostati dell'hamiltoniano dell'atomo di idrogeno:

$$\langle nlm | f(r)\cos(\theta) | n'00 \rangle$$

– Indicare come tale elemento di matrice trasforma sotto parità.

– Determinare i valori di n, l, m, n' per i quali esso è sicuramente uguale a zero.