

Meccanica Quantistica 1 - prof. L. Biferale
A.A. 2007-2008
Prova scritta del 23-04-08

Esercizio 1

Una particella di massa m e spin $1/2$ è vincolata a muoversi all'interno di una scatola tridimensionale simmetrica in presenza di un campo magnetico costante diretto lungo l'asse z :

$$0 \leq x \leq L \quad 0 \leq y \leq L \quad 0 \leq z \leq L$$
$$H = \frac{\vec{p} \cdot \vec{p}}{2m} - gBs_z.$$

- Calcolare i livelli energetici del sistema con le relative degenerazioni
- Calcolare il valor medio dell'operatore $\mathcal{O} = \vec{s} \cdot \vec{r}$ sullo stato fondamentale del sistema ed individuare le proprietà di simmetria dell'operatore sotto trasformazioni di rotazione delle coordinate e di parità.

Esercizio 2

Due particelle di spin $1/2$ non interagenti si trovano ad un certo istante nello stato quantistico in cui le misure simultanee della componente x dello spin della prima particella $s_x^{(1)}$ e della componente z dello spin della seconda particella $s_z^{(2)}$ danno con certezza il risultato $\hbar/2$:

$$|\psi\rangle = |\psi\rangle^{(1)} \otimes |\psi\rangle^{(2)}$$
$$|\psi\rangle^{(1)} = |1/2\rangle_x \quad s_x^{(1)}|1/2\rangle_x = \hbar/2 |1/2\rangle_x$$
$$|\psi\rangle^{(2)} = |1/2\rangle_z \quad s_z^{(2)}|1/2\rangle_z = \hbar/2 |1/2\rangle_z$$

- Calcolare quali sono i possibili risultati e le relative probabilità di una misura delle osservabili $s_z^{(1)}$ e $\vec{s}^{(1)} \cdot \vec{s}^{(2)}$.