

Meccanica Quantistica 1 - prof. L. Biferale
A.A. 2007-2008
Prova scritta del 29-11-07

Esercizio 1

Un oscillatore armonico unidimensionale di massa m e frequenza ω si trova in uno stato tale che una misura dell'energia darebbe con certezza un valore $E \leq 3/2\hbar\omega$. Su questo stato i valori medi dell'hamiltoniano, dell'impulso e della posizione sono tali che:

$$\begin{aligned}\langle H \rangle &= \frac{3}{4}\hbar\omega \\ \langle p \rangle &= -m\omega\langle x \rangle \\ \langle x \rangle &> 0.\end{aligned}$$

- Calcolare per quali tempi risulta nullo il valor medio della posizione.
- Calcolare la probabilità di trovare la particella in $x \geq 0$ al tempo t .

Esercizio 2

Una particella di massa m è vincolata sul segmento $-L/2 \leq x \leq L/2$ e si trova nello stato descritto dalla funzione d'onda:

$$\psi(x) = N\left(\frac{|x|}{L} - \frac{1}{2}\right)^2$$

- Calcolare la costante di normalizzazione N .
- Calcolare il prodotto di indeterminazione $\Delta x \Delta p$ su tale stato.

Esercizio 3

Un sistema quantistico è descritto dalla funzione d'onda $\psi(q, t)$.

- Si dimostri che se il sistema si trova al tempo $t = 0$ in uno stato stazionario $\psi(q, t = 0) = \psi_n(q)$ con

$$\hat{H}\psi_n(q) = E_n\psi_n(q)$$

allora il valore medio di qualunque osservabile non dipende dal tempo.

- Si dimostri anche che nel caso in cui il sistema si trovi al tempo iniziale in una sovrapposizione di stati stazionari:

$$\psi(q, t = 0) = \sum_n c_n \psi_n(q)$$

allora solo i valori medi degli osservabili che commutano con l'Hamiltoniano sono indipendenti dal tempo.