

Meccanica Quantistica 1 - prof. L. Biferale, dott-ssa G.M. de Divitiis
A.A. 2008-2009
Prova scritta del 05-02-09

Esercizio 1

Una particella di spin $1/2$ e massa m è vincolata su un segmento $0 \leq x \leq L$ ed interagisce con un campo magnetico costante:

$$H = \frac{p^2}{2m} - \mu B S_x$$

La particella si trova al tempo iniziale $t = 0$ in uno stato tale che la misura dell'osservabile S_z dà con certezza il risultato $\hbar/2$ e le misure dell'energia danno con certezza un risultato minore di $9 \frac{1}{2m} (\frac{\pi \hbar}{L})^2$, con valore medio pari a $\langle H \rangle = 5/2 \frac{1}{2m} (\frac{\pi \hbar}{L})^2$.

– Determinare per quanto possibile lo stato del sistema al tempo iniziale.

– Calcolare al tempo t le probabilità dei possibili risultati dell'impulso e la probabilità che la terza componente dello spin risulti pari ad $\hbar/2$.

Esercizio 2

Due particelle di spin $1/2$ interagiscono secondo l'hamiltoniano H :

$$H = \hbar\omega \sigma_z^{(1)} \sigma_z^{(2)}$$

dove $\sigma^{(i)}$ sono le matrici di Pauli per la particella i . Al tempo iniziale $t = 0$ le misure simultanee degli osservabili $S_x^{(1)}, S_z^{(2)}$ danno con certezza il risultato $\hbar/2$.

– Calcolare gli autovalori e gli autostati di H .

– Calcolare al tempo t le probabilità dei possibili risultati di una misura del quadrato del momento di spin totale.

Esercizio 3

Dato l'hamiltoniano imperturbato H

$$H = \hbar\omega \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

– calcolare al prim'ordine della teoria delle perturbazioni le correzioni agli autovalori ed agli autovettori indotte dalla perturbazione V :

$$V = \lambda \begin{pmatrix} 1 & i\sqrt{2} & 0 \\ -i\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$