

Meccanica Quantistica 1 - prof. L. Biferale, dott-ssa G.M. de Divitiis
A.A. 2008-2009
Prova scritta del 17-09-09

Esercizio 1

Lo stato di una particella in una dimensione è descritto ad un certo istante dalla funzione d'onda:

$$\psi(x) = Ae^{-\alpha|x|}$$

dove $\alpha \in Re, > 0$.

- Calcolare la costante di normalizzazione A della funzione d'onda.
- Calcolare l'indeterminazione Δx della posizione della particella.
- Calcolare la probabilità che x sia maggiore di $\langle x \rangle + \Delta x$.

Esercizio 2

Un oscillatore armonico unidimensionale di massa m e frequenza ω si trova nello stato quantistico

$$\psi(x) = A(\psi_0(x) + e^{i\alpha}\psi_1(x))$$

dove $\alpha \in Re$, e $\psi_0(x), \psi_1(x)$ sono le autofunzioni dello stato fondamentale e del primo stato eccitato.

- Calcolare in funzione del tempo t il valore medio $\langle x \rangle$ della posizione e l'indeterminazione Δx .

Esercizio 3

Lo stato di un elettrone in un atomo di idrogeno è descritto ad un certo istante dalla combinazione:

$$\psi = \left(\sqrt{\frac{3}{4}} Y_1^0 |+\rangle + \sqrt{\frac{1}{4}} Y_1^1 |-\rangle \right) f(r).$$

dove $|\pm\rangle$ sono gli autostati della terza componente dello spin $S_z |\pm\rangle = \pm \frac{\hbar}{2} |\pm\rangle$, Y_l^m le armoniche sferiche ed $f(r)$ una funzione radiale.

- Calcolare le probabilità dei possibili risultati delle misure di $L^2, L_z, S^2, S_z, J^2, J_z$ dove $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$.

- Verificare il principio d'indeterminazione

$$\Delta L_x \Delta L_y \geq \frac{\hbar}{2} |\langle L_z \rangle|.$$