

Meccanica Quantistica 1 - prof. L. Biferale, dott-ssa G.M. de Divitiis
A.A. 2008-2009
Prova scritta del 27-01-09

Esercizio 1

Una particella di spin $1/2$ è in uno stato tale che le misure simultanee degli operatori L^2 , L_x , S_z danno con certezza rispettivamente i risultati $2\hbar^2$, \hbar , $\hbar/2$.

Su questo stato:

- calcolare le probabilità dei possibili risultati di una misura di J^2 .
- calcolare il valor medio dell'operatore $\vec{B} \cdot \vec{L}$ con $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$.

Esercizio 2

Due particelle di spin $1/2$ interagiscono secondo l'hamiltoniano H :

$$H = \frac{1}{4} \hbar\omega_1 (\sigma_z^{(1)} + \sigma_z^{(2)})^2 + \frac{1}{4} \hbar\omega_2 (\sigma_+^{(1)} \sigma_-^{(2)} + \sigma_-^{(1)} \sigma_+^{(2)})$$

dove $\sigma^{(i)}$ sono le matrici di Pauli per la particella i , e $\sigma_{\pm}^{(i)} = \sigma_x^{(i)} \pm i\sigma_y^{(i)}$.

- Calcolare gli autovalori e gli autostati di H .
- Dato l'operatore V :

$$V = \frac{1}{2} \hbar\omega (\sigma_x^{(1)} + \sigma_x^{(2)})$$

calcolare al prim'ordine della teoria delle perturbazioni gli autovalori dell'hamiltoniano perturbato $H + V$.

- Indicare cosa cambierebbe se le particelle fossero identiche.

Esercizio 3

Determinare le regole di selezione negli elementi di matrice del generico operatore V tra autostati dell'atomo di idrogeno sapendo che $[L_z, V] = 0$.