

Meccanica Quantistica 1 - prof. L. Biferale dott. G.M. de Divitiis
A.A. 2009-2010
Prova scritta del 01-12-09

Esercizio 1

Un oscillatore armonico unidimensionale di massa m e frequenza ω si trova in uno stato tale che una misura dell'osservabile a^+a è sicuramente ≤ 2 . Su questo stato il valore medio dell'operatore a^+a è uguale a $3/2$ e la parità è positiva.

– Calcolare in funzione del tempo il valore medio dell'energia potenziale sapendo che il risultato al tempo iniziale $t = 0$ è il massimo possibile. (Eseguiare il calcolo come integrale nello spazio delle coordinate e nel formalismo degli operatori di innalzamento e abbassamento).

Esercizio 2

Una particella di massa m è vincolata sul segmento $0 \leq x \leq L$ e si trova in uno stato in cui il valore medio dell'energia è pari a $\frac{3\hbar^2\pi^2}{2mL^2}$. Su questo stato i risultati delle misure di energia sarebbero con certezza $\leq \frac{4\hbar^2\pi^2}{2mL^2}$.

– Calcolare la probabilità di trovare la particella in $x \geq L/2$ come funzione del tempo, sapendo che la probabilità è minima a $t = 0$.

Esercizio 3

Si consideri un sistema descritto da una Hamiltoniana H a tre stati:

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} H_1 & 0 & 0 \\ 0 & H_2 & 0 \\ 0 & 0 & H_3 \end{pmatrix}$$

e due operatori, \hat{f} e \hat{g} tali che:

$$\hat{f} = \begin{pmatrix} f_1 & 0 & 0 \\ 0 & f_2 & 0 \\ 0 & 0 & f_3 \end{pmatrix} \quad \hat{g} = \begin{pmatrix} 0 & g & 0 \\ g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Lo stato del sistema è inizialmente al tempo $t = t_0$

$$|\psi(t_0)\rangle = a|1\rangle + b|2\rangle + c|3\rangle$$

con $\hat{H}|i\rangle = H_i|i\rangle$ e $i = 1, 2, 3$.

- Si trovino gli autovalori e gli autovettori di \hat{g} e li si ordini in senso crescente $g_1 < g_2 < g_3$.
- Se al tempo $t_1 > t_0$ una misura di \hat{f} dà come risultato f_2 , si discuta qual è la probabilità che ad un tempo ancora successivo $t_2 > t_1$ una nuova misura di \hat{f} dia come risultato uno dei tre autovalori f_i .
- Se al tempo $t_1 > t_0$ una misura di \hat{f} dà come risultato f_1 , si discuta qual è la probabilità che ad un tempo ancora successivo $t_2 > t_1$ una misura di \hat{g} dia come risultato l'autovalore intermedio g_2 .