

**Meccanica Quantistica 1 - prof. L. Biferale dott. G.M. de Divitiis**  
**A.A. 2009-2010**  
**Prova scritta del 25-01-10**

**Esercizio 1**

Un elettrone in un atomo di idrogeno si trova nello stato

$$|\psi\rangle = \alpha |n=2, l=1, m=0, +\rangle + \beta |n=2, l=1, m=1, -\rangle$$

dove  $|n, l, m, \pm\rangle$  sono gli autostati dell'hamiltoniana e  $\alpha$  e  $\beta$  sono due coefficienti complessi, tali che  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ .

– Indicare quali sono i possibili risultati delle misure degli osservabili

$$L^2, L_z, S^2, S_z, J^2, J_z \quad \text{dove } \vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

su questo stato e calcolare le rispettive probabilità.

– Calcolare il valor medio dell'operatore

$$\frac{e^2}{2m^2c^2} \frac{1}{r^3} \vec{S} \cdot \vec{L}$$

su questo stato.

**Esercizio 2**

Due particelle di spin 1/2 interagiscono secondo l'hamiltoniano:

$$H = \frac{4\omega}{\hbar} \vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)}$$

–(FAM) Calcolare il valor medio dell'operatore

$$V = \alpha S_z^{(1)} + \beta S_z^{(2)}$$

in funzione del tempo  $t$  considerando che al tempo  $t = 0$  la misura delle terze componenti dello spin delle particelle ha dato il risultato  $S_z^{(1)} = +\hbar/2, S_z^{(2)} = -\hbar/2$ .

– Calcolare l'effetto della perturbazione  $\lambda V$

$$V = \alpha S_z^{(1)} + \beta S_z^{(2)}$$

sugli autovalori di  $H$  al prim'ordine in  $\lambda$ .

**Esercizio 3**

Si discuta brevemente il principio di esclusione di Pauli e si dimostri che due elettroni identici nello stato fondamentale dell'atomo di idrogeno devono trovarsi necessariamente in uno stato di singoletto per le componenti dello spin.