Anno Accademico 1998-99
Istituzioni di Fisica Teorica
Compito di recupero
11/1/99

Primo Esercizio

Una particella di massa m in una dimensione è soggetta al potenziale

$$V(x) = -V_o a\delta(x) - V_o\, \vartheta(x-b)$$

dove V_o, a e b sono costanti positive.

a) Discutere le condizioni di esistenza di eventuali stati legati.

b) Calcolare i coefficienti di riflessione e di trasmissione per un'onda piana con $k = \sqrt{2mE}/\hbar$ positivo incidente da sinistra sul potenziale.

Secondo Esercizio

Si definisce "oscillatore fermionico" (o di Dirac) il sistema (a due stati) descritto dagli operatori di creazione e distruzione:

$$a|\downarrow>= 0 \quad a|\uparrow>=|\downarrow> \quad a^\dagger|\downarrow>=|\uparrow> \quad a^\dagger|\uparrow>= 0.$$

a) Mostrare che $\{a, a^\dagger\} = 1$ (anticommutatore!) e che $a^2 = (a^\dagger)^2 = 0$.

b) Si consideri il sistema (a 4 stati) costituito da due "oscillatori fermionici" governati dall'Hamiltoniano

$$H = \hbar\omega(a_1 a_2^\dagger + a_2 a_1^\dagger).$$

Assumendo che $\{a_1, a_2\} = \{a_1^\dagger, a_2\} = \{a_1, a_2^\dagger\} = \{a_1^\dagger, a_2^\dagger\} = 0$ calcolare gli elementi di matrice di H sugli stati

$$|\downarrow\downarrow>, \quad |\uparrow\downarrow>= a_1^\dagger|\downarrow\downarrow>, \quad |\downarrow\uparrow>= a_2^\dagger|\downarrow\downarrow>,$$
$$|\uparrow\uparrow>= a_1^\dagger a_2^\dagger|\downarrow\downarrow>= -a_2^\dagger a_1^\dagger|\downarrow\downarrow>;$$

quindi determinare gli autostati ed gli autovalori di H e l'operatore di evoluzione.

Terzo Esercizio

Un atomo idrogenoide è costituito da un nucleo di carica $Q = Z(t)e$ e da un elettrone di carica $q = -e$.

a) Supponendo che $Z(t) = Z$ per $t < 0$ e $Z(t) = Z + 1$ per $t > 0$ calcolare le correzioni ai livelli di energia in maniera esatta e confrontare con il risultato che si otterrebbe al primo ordine in $1/Z$ trattando la correzione alla carica del nucleo come una perturbazione independente dal tempo.

b) Supponendo che $Z(t) = Z$ per $t < 0$ e $Z(t) = Z + 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$ per $t > 0$, calcolare in funzione del tempo la probabilità di transizione dallo stato fondamentale al primo livello eccitato.