

**Anno Accademico 1998-99**  
**Istituzioni di Fisica Teorica**  
**Compito di esame**  
**15/7/99**

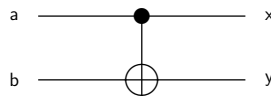
**Primo Esercizio**

Si consideri un sistema di 3 particelle distinguibili di spin  $1/2$ .  
 Sullo stato di ciascuna particella sono definiti i seguenti operatori:

$$L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad R = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$S = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

i quali lasciano immutato lo stato delle altre due particelle.  
 Inoltre è definito l'operatore  $U : |ab\rangle \rightarrow |xy\rangle$  :

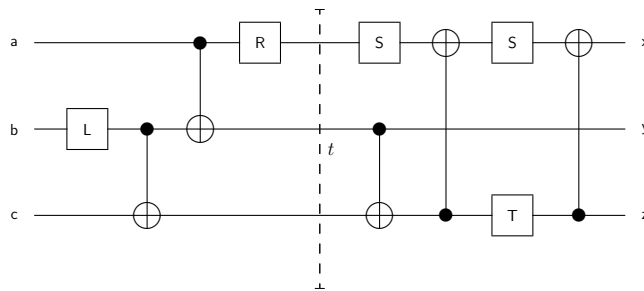


che agisce su coppie di particelle secondo le trasformazioni:

$$|\uparrow\uparrow\rangle \rightarrow |\uparrow\uparrow\rangle, \quad |\uparrow\downarrow\rangle \rightarrow |\uparrow\downarrow\rangle, \quad |\downarrow\uparrow\rangle \rightarrow |\downarrow\downarrow\rangle, \quad |\downarrow\downarrow\rangle \rightarrow |\downarrow\uparrow\rangle.$$

e lascia immutato lo stato della rimanente.

Con tali operatori è costruito un operatore che agisce sul sistema di partenza a 3 particelle secondo lo schema del circuito seguente:



- Verificare che gli operatori  $L$ ,  $R$ ,  $S$ ,  $T$ ,  $U$  sono unitari e trovare una rappresentazione matriciale per  $U$ .
- Determinare lo stato "in uscita" a questo circuito se "in entrata" è stato assegnato lo stato  $|\psi \uparrow\uparrow\rangle$ , dove  $|\psi\rangle$  è uno stato arbitrario per la prima particella.
- Come cambia lo stato in uscita se all'istante intermedio  $t$  viene eseguita una misura dello spin della prima particella?

## Secondo Esercizio

Si consideri un sistema di  $N$  particelle distinguibili per il quale i livelli di energia  $E_n$  di singola particella e la degenerazione  $d_n$  del livello  $n$ -esimo sono dati da

$$E_n = (n + 1)E_0, \quad d_n = 2^n(n + 1).$$

- a) Calcolare la funzione di partizione canonica, l'energia libera ed il calore specifico del sistema.
- b) Studiare il limite di bassa temperatura del calore specifico.
- c) Determinare il valore della temperatura oltre la quale la descrizione del sistema tramite l'ensemble canonico risulta singolare.