Anno Accademico 1998-99
Istituzioni di Fisica Teorica
II Compito di esonero
21/12/98

Primo Esercizio

Due particelle di spin 1, massa m e carica elettrica q immerse in un campo magnetico uniforme e costante diretto lungo l'asse z sono governate dall'Hamiltoniano:

$$H = -\frac{q}{mc} B_z (S_z^{(1)} + S_z^{(2)}).$$

Determinare autostati ed autovalori di H con le relative degenerazioni nei due casi:

a) le particelle sono distinguibili;

b) le particelle sono identiche.

Supponendo che all'istante iniziale ($t = 0$) le misure simultanee di $\hat{S}_x^{(1)}$ e di $\hat{S}_x^{(2)}$ diano entrambe con certezza $\hbar$ calcolare la probabilità che al tempo t le misure simultanee di $\hat{S}_x^{(1)}$ e di $\hat{S}_x^{(2)}$ diano entrambe con certezza $\hbar$. Confrontare e commentare i risultati nei due casi suddetti.

Secondo Esercizio

Si studi l'effetto della perturbazione

$$V = \lambda x^4$$

sull'oscillatore armonico unidimensione.

a) Calcolare al primo ordine perturbativo in λ la correzione agli autovalori e agli autostati dell'Hamiltoniano.

b) Calcolare all'ordine più basso in λ la probabilità di permanenza nello stato fondamentale se la perturbazione viene accesa al tempo $t = 0$ e spenta al tempo $t = \frac{\pi}{4\omega}$.

c) Posto $\lambda = \frac{m^2\omega^3}{\hbar}$, stimare il valore dell'energia dello stato fondamentale con il metodo variazionale usando come funzione d'onda di prova

$$\psi(x) = N(\alpha) e^{-\alpha \frac{x^2}{2}}$$

dove α è il parametro variazionale e $N(\alpha)$ l'opportuna costante di normalizzazione.

Terzo Esercizio

Una particella di massa m e spin 1/2 è governata dall'Hamiltoniano di oscillatore armonico tridimensionale:

$$H = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) + \frac{m\omega^2}{2}(x^2 + y^2 + z^2).$$

Scrivere le autofunzioni dei primi due livelli energetici in termini di stati di momento angolare orbitale definito. Includere lo spin e determinare le degenerazioni dei livelli suddetti.

Supponendo la presenza di un termine aggiuntivo di interazione spin-orbita:

$$H_{LS} = \frac{a}{m^2c^2}\vec{L}\cdot\vec{S}\frac{1}{r}\frac{dV}{dr}$$

dove a è una costante positiva adimensionale e V è il potenziale di oscillatore armonico, calcolare l'effetto della perturbazione H_{LS} sui primi due livelli ed in particolare discutere l'eventuale rimozione della degenerazione.