Anno Accademico 1999-2000
Istituzioni di Fisica Teorica
Compito di esame
10/11/99

Primo Esercizio

Un sistema a due stati è governato dall'Hamiltoniano

$$\hat{H} = \hbar\omega(1 + \sigma_y)$$

a) Determinare gli autovalori, gli autostati di H e l'operatore di evoluzione temporale.

b) Calcolare il commutatore degli operatori S_x e S_y al tempo t nella rappresentazione di Heisenberg, con $S_x = \frac{\hbar}{2}\sigma_x$ e $S_y = \frac{\hbar}{2}\sigma_y$ al tempo iniziale.

Secondo Esercizio

Si consideri una particella in una buca infinita unidimensionale $0 \leq x \leq L$ tale che lo stato iniziale del sistema sia descritto da una funzione d'onda "quadrata"

$$\psi(x, 0) =< x|\psi(0) >= N\ \theta(x - \frac{L}{4})\ \ \theta(\frac{3}{4}L - x)$$

a) Determinare la costante di normalizzazione N della funzione d'onda.

b) Calcolare la distribuzione degli impulsi e la dispersione delle misure di posizione dello stato iniziale.

c) Calcolare la probabilità $P(E = E_n; t)$ che una misura di energia al tempo t dia come risultato l'n-esimo autovalore dell'hamiltoniano.

d) Calcolare la distribuzione delle coordinate e degli impulsi al tempo $t > t_0$ se una misura dell'energia al tempo $t = t_0$ dà con certezza il risultato $E = \frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}$.

Terzo Esercizio

Un gas di N molecole biatomiche è contenuto in una scatola di volume V. Trattando i due atomi costituenti ciascuna molecole come particelle indistinguibili di spin 1/2 e le molecole come particelle distinguibili, calcolare la funzione di partizione del sistema, il calore specifico e la suscettibilità magnetica.

Assumere che l'Hamiltoniano che governa ciascuna molecola sia della forma

$$H = \frac{\mathbf{p}_1^2}{m} + \frac{\mathbf{p}_2^2}{m} + V(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x_2})$$

dove V è un potenziale armonico con costante k.