

## Meccanica Statistica I

a.a. 2018-2019 (Prof. Mauro Sbragaglia)

- Lezione **1** del **4 Marzo 2019** (1 ora). Introduzione al corso e modalità di esame. Cenni a concetti base della meccanica statistica.
- Lezione **2** del **5 Marzo 2019** (2 ore). Basilarità sulla meccanica statistica e legame tra stati microscopici e macroscopici. Concetto di media di ensemble e teorema di Liouville per la dinamica Hamiltoniana. Misure di equilibrio ed ipotesi ergodica. Sistemi isolati. Postulato delle uguali probabilità e cenni introduttivi sul legame tra microstati e potenziale termodinamico entropia. Formula di Boltzmann.
- Lezione **3** del **7 Marzo 2019** (2 ore). Formula di Boltzmann ed ensemble microcanonico. Potenziale termodinamico entropia. Potenziali termodinamici: entropia, entalpia, energia libera, potenziale di Gibbs. Estensività ed intensività. Potenziale chimico. Relazioni di Maxwell, differenziali esatti e loro legame con funzioni di stato.
- Lezione **4** del **11 Marzo 2019** (2 ore). Entropia e stati di equilibrio. Caratterizzazione dell'equilibrio termico, meccanico e chimico per due sistemi a contatto. Corrispondenza con la formula di Boltzmann e il numero di microstati accessibili al sistema. Differenze tra integrali di volume ed integrali superficiali nel limite termodinamico. Cenni sul caso di particella libera.
- Lezione **5** del **12 Marzo 2019** (2 ore). Gas libero in 3 dimensioni spaziali. Volume e superficie della sfera in  $n$  dimensioni. Approssimazione di Stirling e sua dimostrazione. Caratterizzazione dell'entropia di un gas libero e delle proprietà termodinamiche: equazione di stato ed energia interna. Cenni sul problema dell'estensività e del mescolamento.
- Lezione **6** del **14 Marzo 2019** (2 ore). Problema del mescolamento e paradosso di Gibbs sulla estensività dei potenziali termodinamici. Correzione di Gibbs e sua giustificazione microscopica con l'indistinguibilità delle particelle. Teorema di equipartizione generalizzato e sua applicazione al caso di Hamiltoniane note (particella libera, oscillatore armonico, gas ultrarelativistico). Oscillatore armonico classico nell'ensemble microcanonico: calcolo dell'entropia.
- Lezione **7** del **18 Marzo 2019** (2 ore). Oscillatore armonico classico nell'ensemble microcanonico: calcolo dell'energia interna e verifica del teorema dell'equipartizione dell'energia. Gas ultrarelativistico nell'ensemble microcanonico: entropia, energia interna, equazione di stato e calori specifici. Problemi

con spettri discreti nell'ensemble microcanonico. Sistema di spin a due stati: entropia, energia interna e limiti di alte e basse temperature.

- **Lezione 8 del 19 Marzo 2019** (2 ore). Sistemi isolati con spettro discreto nel micronanonico: difetti in un solido e caso di quanti indistinguibili in scatole distinguibili. Cenni sull' Oscillatore armonico quantistico nell'ensemble microcanonico.
- **Lezione 9 del 21 Marzo 2019** (2 ore). Oscillatore armonico quantistico nell'ensemble microcanonico: entropia, energia interna con limiti di alte e basse temperature. Gas libero quantistico nell'ensemble microcanonico: studio delle trasformazioni adiabatiche e caratterizzazione dell'entropia ed energia interna nel limite di volumi grandi.
- **Lezione 10 del 25 Marzo 2019** (2 ore). Introduzione all'ensemble canonico e caratterizzazione dei pesi statistici per un sistema non isolato a contatto con un reservoir termico. Funzione di partizione canonica e legame con la termodinamica: estensività e legame con l'energia libera. Calcolo della energia libera, equazione di stato ed energia interna per il caso di particelle libere.
- **Lezione 11 del 26 Marzo 2019** (2 ore). Oscillatore armonico classico nell'ensemble canonico e calcolo dell'energia interna. Oscillatore armonico quantistico nell'ensemble canonico e calcolo dell'energia interna, con limiti di alte e basse temperature. Sistemi con spin a 2 stati nell'ensemble canonico e confronto con il caso microcanonico.
- **Lezione 12 del 28 Marzo 2019** (2 ore). Confronto tra le entropie ottenute nel microcanonico e canonico per il problema di spin a 2 stati. Potenziali termodinamici e variabili naturali. Esercizio con spettro discreto: catena con 2 tipologie di anelli sottoposti a campo gravitazionale nell'ensemble canonico. Esercizio con spettro continuo: oscillatori armonici sottoposti ad un campo di forze esterne. Gas ultrarelativistico e sua caratterizzazione nell'ensemble Canonico.
- **Lezione 13 del 1 Aprile 2019** (2 ore). Teorema equipartizione energia nell'ensemble canonico. Problema della distribuzione di cariche elettriche sottoposte a campo elettrico esterno e calcolo di valori medi associati alla posizione spaziale. Caso di dipoli indipendenti in campo esterno e descrizione qualitativa della statistica del paramagnetismo nell'ensemble canonico. Cenni sulle funzioni di Langevin e legge di Curie.
- **Lezione 14 del 2 Aprile 2019** (2 ore). Caratterizzazione della statistica del paramagnetismo nell'ensemble canonico. Magnetizzazione e funzioni di Langevin con limiti di alte e basse temperature. Formula di Curie per alte temperature. Gas di Van der Waals e studio quantitativo degli effetti

legati a dei potenziali “generici” a coppie, con effetti di “hard-core” (volume escluso) e code attrattive. Equazione di stato di Van der Waals.

- **Lezione 15 del 4 Aprile 2019** (2 ore). Fluttuazioni dell’energia nell’ensemble canonico e legame con calore specifico. Approssimazione al punto di sella per il calcolo della funzione di partizione canonica e differenze tra entropia del canonico e microcanonico. Equivalenza degli ensembles nel limite termodinamico. Esercizi sulle fluttuazioni: sistemi con spettro discreto e degenerazioni.
- **Lezione 16 del 8 Aprile 2019** (2 ore). Metodo degli Jacobiani e caratterizzazione di alcune proprietà utili. Disuguaglianze termodinamiche per sistemi all’equilibrio termodinamico e caratterizzazione del segno di calore specifico e compressibilità isoterma. Cenni sull’ensemble grancanonico.
- **Lezione 17 del 9 Aprile 2019** (2 ore). Ensemble grancanonico e derivazione dei pesi statistici per configurazioni microscopiche di un sistema messo a contatto con un reservoir con una fissata temperatura, pressione e potenziale chimico. Funzione di partizione grancanonica e relazioni costitutive per il grancanonico: pressione, numero medio di particelle, energia media, fluttuazioni quadratiche medie nel numero di particelle.
- **Lezione 18 del 11 Aprile 2019** (2 ore). Gas libero nell’ensemble grancanonico, calcolo dell’equazione di stato, del potenziale chimico e dell’energia interna. Confronto con l’ensemble canonico. Calcolo del calore specifico per un sistema di particelle indipendenti e indistinguibili nell’ensemble grancanonico. Equilibrio fra gas libero e fase adsorbita: dimostrazione dell’equazione di Langmuir usando il formalismo canonico.
- **Lezione 19 del 15 Aprile 2019** (2 ore). Equilibrio fra gas libero e fase adsorbita: dimostrazione dell’equazione di Langmuir usando il formalismo grancanonico. Equilibrio solido-gas nell’ensemble grancanonico, relazione pressione-temperatura alla coesistenza. Reazioni chimiche nel formalismo grancanonico: equilibrio chimico a più specie.
- **Lezione 20 del 16 Aprile 2019** (2 ore). Richiami sulle transizioni di fase del primo ordine e sulla costruzione di Maxwell. Equazione di Clausius-Clapeyron alla coesistenza di fase. Fluttuazioni nel numero di particelle nell’ensemble grancanonico e connessione con la compressibilità isoterma.
- **Lezione 21 del 18 Aprile 2019** (2 ore). Introduzione alla statistica quantistica e impatto dei vincoli quantistici (Fermi-Dirac e Bose-Einstein) sul calcolo di una funzione di partizione. Esempi di 2 particelle in 2 livelli di energia. Concetto di Ensemble in meccanica quantistica. Matrice densità.

- Lezione **22** del **23 Aprile 2019**. (2 ore). Matrice densità e medie di ensemble. Ensemble di equilibrio e postulati della meccanica statistica quantistica: postulato delle uguali probabilità e postulato delle fasi random. Medie di operatori nei vari ensembles (microcanonico, canonico, grancanonico).
- Lezione **23** del **29 Aprile 2019**. (2 ore). Equazioni costitutive della meccanica statistica quantistica per pressione, numero medio di particelle e energia media. Commenti su differenze tra il caso di Bosoni e Fermioni. Caso di particella libera e anche il caso di generica Hamiltoniana dipendente dal solo impulso. Cenni sulle correzioni quantistiche all'equazione di stato.
- Lezione **24** del **30 Aprile 2019**. (2 ore). Relazione pressione-energia nel formalismo dei gas quantistici. Limite classico della meccanica statistica quantistica e correzioni all'equazione di stato classica. Caso di Fermioni in 2 dimensioni. Cenni sulle funzioni di Fermi.
- Lezione **25** del **2 Maggio 2019**. (2 ore). Gas di Fermi ideale. Definizione e proprietà delle funzioni di Fermi: relazioni di ricorrenza, sviluppi asintotici a piccole e grandi fugacità. Espansione di Sommerfeld e limite di basse temperature/alte densità.
- Lezione **26** del **6 Maggio 2019**. (2 ore). Espansione di Sommerfeld e caratterizzazione dell'energia di Fermi in funzione della densità del sistema. Energia interna nel limite di basse temperature e caratterizzazione del calore specifico a volume costante. Argomenti fenomenologici per comprendere la linearità del calore specifico in funzione della temperatura.
- Lezione **27** del **7 Maggio 2019**. (2 ore). Esercizi e complementi sul gas di Fermi: Hamiltoniane ultrarelativistiche; caso di gas libero in 2 dimensioni; gas in presenza di spettro di energia con bande; gas in presenza di potenziale esterno.
- Lezione **28** del **9 Maggio 2019**. (2 ore). Fenomeno della condensazione di Bose-Einstein per sistemi a differente dimensionalità con Hamiltoniana di particella libera.
- Lezione **29** del **13 Maggio 2019**. (2 ore). Manifestazioni termodinamiche della condensazione di Bose-Einstein: occupazione dello stato fondamentale e proprietà delle isoterme. Calore latente di transizione. Esercizi sulla condensazione di Bose-Einstein.
- Lezione **30** del **14 Maggio 2019**. (2 ore). Formula cinetica per la pressione e radiazione di corpo nero. Legge di Stefan-Boltzmann.
- Lezione **31** del **16 Maggio 2019**. (2 ore). Esercizi per il secondo esonero. gas di Fermi completamente degeneri ed approssimazioni per il numero medio di occupazione a basse temperature. Gas di Bose in

presenza di campo magnetico e calcolo della magnetizzazione e suscettività magnetica con associato limite classico.