

UNIVERSITA' DI ROMA "TOR VERGATA"

## Metodi Matematici della Fisica 2

(Gianfranco Pradisi)

### Programma del Corso - Anno Accademico 2009/2010

- **Funzioni di una variabile complessa.**
  - Richiami di teoria delle funzioni analitiche. Teorema di Cauchy. Integrali col metodo dei residui.
  - Serie di Laurent. Teorema dell'indice e principio dell'argomento. Teorema di Rouché e zeri di polinomi. Formula di Lagrange ed inversione locale di una funzione analitica.
  - Funzioni poldrome e loro utilizzo nel calcolo di varie tipologie di integrali. Valor principale.
  - Inversione di serie. Numeri di Bernoulli e numeri di Eulero.
  - Espansioni di Mittag-Leffler e trasformazione di Sommerfeld-Watson.
  - Prodotti infiniti ed espansioni di Weierstrass.
- **Espansioni asintotiche.**
  - Metodo dell'integrazione per parti.
  - Metodo di Laplace e lemma di Watson. Formula di Stirling.
  - Metodo del punto di sella.
  - Metodo della fase stazionaria e dello "Steepest Descent".
  - WKB e funzione di Airy.
- **Equazioni Differenziali Ordinarie.**
  - Classificazione.
  - Equazioni del primo ordine.
  - Equazioni del secondo ordine.

- Equazioni lineari. Riduzione in forma canonica e teorema del Wronskiano.
- Il metodo della Funzione di Green. Teorema di Green.
- Problemi di Cauchy e di Sturm-Liouville.
- Teorema dell'alternativa e Funzioni di Green con modi nulli.
- Trasformate di Fourier e propagatore di Feynman.
- Equazioni in campo complesso, soluzioni per serie. Monodromia delle soluzioni.
- Equazioni con uno, due e tre punti singolari regolari. Studio del punto all'infinito. Simbolo P di Riemann. Equazione ipergeometrica.
- Cenni al caso di punti irregolari. Confluenza.

- **Funzioni Speciali.**

- Funzioni Gamma, Beta e Zeta.
- Funzioni e polinomi di Legendre. Armoniche sferiche.
- Funzioni di Bessel.
- Funzione ipergeometrica e funzione ipergeometrica confluyente.
- Cenni alle funzioni ellittiche.

- **Trasformate di Fourier e Laplace.**

- Serie di Fourier. Convergenza uniforme, puntuale, in media quadratica. Condizione di Dini e teorema di Fejer.
- Integrale di Fourier, teorema di Fourier.
- Trasformata di Fourier. Formula di inversione.
- Trasformata di Fourier e convoluzione. Proprietà della trasformata di Fourier.
- Trasformate di Fourier di distribuzioni.
- Applicazione della trasformata di Fourier alla soluzione di equazioni differenziali.
- Trasformata di Laplace. Definizione, ascissa di convergenza, anti-trasformata.

- Proprietà fondamentali ed esempi di trasformate di Laplace. Teorema di convoluzione.
- Applicazione della trasformata di Laplace alla soluzione del problema di Cauchy per equazioni differenziali ordinarie lineari.

• **Operatori Lineari su Spazi di Hilbert.**

- Spazi topologici, metrici, normati. Densità, separabilità.
- Spazi metrici completi e spazi di Banach. Teorema del completamento.
- Spazi euclidei, spazi di Hilbert.
- Sistemi completi negli spazi di Hilbert separabili. Teorema di ortonormalizzazione. Diseguaglianza di Bessel ed uguaglianza di Parseval. Teorema di Riesz-Fischer. Teorema di isomorfismo.
- Sottospazi lineari. Sottospazio ortogonale. Spazi quoziente. Codimensione.
- Funzionali lineari e teorema di Riesz. Formalismo di Dirac. Convergenza forte e debole.
- Operatori lineari. Dominio, continuità, limitatezza. Norma.
- Operatore aggiunto.
- Operatori isometrici, unitari, simmetrici ed autoaggiunti.
- Teoria spettrale negli spazi di Hilbert infinito-dimensionali. Operatore Risolvente. Spettro Puntuale, Continuo e Residuo.
- Operatori in  $\ell_2$ . Operatori di creazione e distruzione.
- Operatori differenziali, operatori di Sturm-Liouville ed applicazioni. Funzione di Green, operatore risolvente e relazioni di completezza.
- Operatori integrali. Operatori di Fredholm e Volterra. Teorema dell'alternativa di Fredholm. Metodo dei nuclei iterati. Determinanti di Fredholm. Equazioni di Fredholm con nucleo degenere.

### Testi consigliati:

- F. Calogero, “Metodi Matematici della Fisica”. Dispense Università di Roma “La Sapienza”.
- E. Onofri, “Lezioni sulla teoria degli operatori lineari”, Edizioni Universitarie Zara.
- A.N. Kolmogorov e S.V. Fomin, “Elementi di teoria delle funzioni e di analisi funzionale”, Editori Riuniti.
- C. Bernardini, O. Ragnisco e P.M. Santini, “Metodi Matematici della Fisica”, Edizioni Nuova Italia Scientifica.
- C. Rossetti, “Metodi Matematici della Fisica”, Ed. Levrotto e Bella, Torino.
- E.T. Whittaker, G.N. Watson, “A Course of Modern Analysis”, Cambridge University Press.
- G.F. Carrier, M. Krook and C.E. Pearson, “Functions of a Complex Variable”, McGraw-Hill.
- A.V. Bitsadze, “Equations of Mathematical Physics”, Mir.
- V.S. Vladimirov, “Equations of Mathematical Physics”, Mir.
- E.C. Titchmarsh, “The Theory of Functions”, Oxford University Press.
- A. Erdelyi, “Higher Transcendental Functions”, (The “Bateman manuscript project”), Vol. 1, 2, 3, Ed. Krieger.
- J. Mathews, R.L. Walker, “Mathematical Methods of Physics”, Benjamin/Cummings.