

UNIVERSITA' DI ROMA "TOR VERGATA"

## Metodi Matematici della Fisica 2

(Gianfranco Pradisi)

### Programma del Corso - Anno Accademico 2012/2013

- **Funzioni di una variabile complessa.**

- Richiami di teoria delle funzioni analitiche. Teorema di Cauchy. Integrali col metodo dei residui.
- Serie di Laurent. Teorema dell'indice e principio dell'argomento. Teorema di Rouché e zeri di polinomi. Formula di Lagrange ed inversione locale di una funzione analitica.
- Funzioni polidrome e loro utilizzo nel calcolo di varie tipologie di integrali. Valor principale.
- Inversione di serie. Numeri di Bernoulli e numeri di Eulero.
- Espansioni di Mittag-Leffler e trasformazione di Sommerfeld-Watson.
- Prodotti infiniti ed espansioni di Weierstrass.
- Somme di Gauss.

- **Espansioni asintotiche.**

- Metodo dell'integrazione per parti.
- Metodo di Laplace e lemma di Watson. Formula di Stirling.
- Metodo del punto di sella.
- Metodo della fase stazionaria e dello Steepest Descent.
- WKB e funzione di Airy.
- Formula di Eulero.

- **Equazioni Differenziali Ordinarie.**

- Classificazione.
- Equazioni del primo ordine.
- Equazioni del secondo ordine.
- Equazioni lineari. Riduzione in forma canonica e teorema del Wronskiano.
- Il metodo della Funzione di Green. Teorema di Green.
- Problemi di Cauchy e di Sturm-Liouville.
- Teorema dell'alternativa e Funzioni di Green con modi nulli.
- Trasformate di Fourier e propagatore di Feynman.
- Equazioni in campo complesso, soluzioni per serie. Monodromia delle soluzioni.
- Equazioni con uno, due e tre punti singolari regolari. Studio del punto all'infinito. Simbolo P di Riemann. Equazione ipergeometrica.
- Cenni al caso di punti irregolari. Confluenza.

- **Funzioni Speciali.**

- Funzioni Gamma, Beta e Zeta.
- Funzioni e polinomi di Legendre. Armoniche sferiche.
- Funzioni di Bessel.
- Funzione ipergeometrica e funzione ipergeometrica confluyente.

- **Trasformate di Fourier e Laplace.**

- Integrale di Fourier, teorema di Fourier.
- Trasformata di Fourier. Formula di inversione.
- Trasformata di Fourier e convoluzione. Proprietà della trasformata di Fourier.
- Trasformate di Fourier di distribuzioni.
- Applicazione della trasformata di Fourier alla soluzione di equazioni differenziali.

- Trasformata di Laplace. Definizione, ascissa di convergenza, anti-trasformata.
- Proprietá fondamentali ed esempi di trasformate di Laplace. Teorema di convoluzione.
- Applicazione della trasformata di Laplace alla soluzione del problema di Cauchy per equazioni differenziali ordinarie lineari.

• **Operatori Lineari su Spazi di Hilbert.**

- Spazi topologici, metrici, normati. Densità, separabilità.
- Spazi metrici completi e spazi di Banach. Teorema del completamento.
- Spazi euclidei, spazi di Hilbert.
- Sistemi completi negli spazi di Hilbert separabili. Teorema di ortonormalizzazione. Diseguaglianza di Bessel ed uguaglianza di Parseval. Teorema di Riesz-Fischer. Teorema di isomorfismo.
- Sottospazi lineari. Sottospazio ortogonale. Spazi quoziente. Codimensione.
- Funzionali lineari e teorema di Riesz. Formalismo di Dirac. Convergenza forte e debole.
- Operatori lineari. Dominio, continuità, limitatezza. Norma.
- Operatore aggiunto.
- Operatori isometrici, unitari, simmetrici ed autoaggiunti.
- Teoria spettrale negli spazi di Hilbert infinito-dimensionali. Operatore Risolvente. Spettro Puntuale, Continuo e Residuo.
- Operatori in  $\ell_2$ . Operatori di creazione e distruzione.
- Operatori differenziali, operatori di Sturm-Liouville ed applicazioni. Funzione di Green, operatore risolvente e relazioni di completezza.
- Operatori integrali. Operatori di Fredholm e Volterra. Teorema dell'alternativa di Fredholm. Metodo dei nuclei iterati. Determinanti di Fredholm. Equazioni di Fredholm con nucleo degenere.

## Testi Consigliati

- [1] **G. Pradisi**, *“Lezioni di metodi matematici della fisica”*, Collana “Appunti”, Edizioni della Normale, Pisa 2012.
- [2] **M. Abramowitz, I.A. Stegun**, *“Handbook of Mathematical Functions: with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, Ed. Dover Publications.
- [3] **L.V. Ahlfors**, *“Complex Analysis”*, Ed. McGraw-Hill Science, Engineering, Math.
- [4] **T.M. Apostol**, *“Modular Functions and Dirichlet Series in Number Theory”*, Ed. Springer-Verlag.
- [5] **T.M. Apostol**, *“Mathematical Analysis”*, Ed. Addison-Wesley Publishing Company.
- [6] **C. Bernardini, O. Ragnisco e P.M. Santini**, *“Metodi Matematici della Fisica”*, Edizioni Nuova Italia Scientifica.
- [7] **A.V. Bitsadze**, *“Equations of Mathematical Physics”*, Ed. Mir.
- [8] **F. Calogero**, *“Metodi Matematici della Fisica”*, Dispense Università di Roma “La Sapienza”.
- [9] **G.F. Carrier, M. Krook e C.E. Pearson**, *“Functions of a Complex Variable”*, McGraw-Hill.
- [10] **P.A.M. Dirac**, *“I Principi della Meccanica Quantistica”*, Boringhieri.
- [11] **N. Dunford, J.T. Schwartz**, *“Linear Operators”*, Ed. Interscience Publishers.
- [12] **A. Erdelyi**, *“Higher Transcendental Functions”*, (The “Bateman manuscript project”), Vol. 1, 2, 3, Ed. Krieger.
- [13] **H.M. Farkas, I. Kra**, *“Riemann Surfaces*, Ed. Springer-Verlag.
- [14] **I.M. Gel’fand, G.E. Shilov**, *“Generalized Functions”*, Volumi 1,2,3, Ed. Academic Press.

- [15] **I. S. Gradshteyn, I. M. Ryzhik**, “*Table of Integrals, Series, and Products*”, Ed. Alan Jeffrey.
- [16] **A.N. Kolmogorov e S.V. Fomin**, “*Elementi di teoria delle funzioni e di analisi funzionale*”, Editori Riuniti.
- [17] **L.D. Landau, E.M. Lifšits**, “*Meccanica Quantistica. Teoria non Relativistica*”, Editori Riuniti.
- [18] **J. Mathews, R.L. Walker**, “*Mathematical Methods of Physics*”, Benjamin/Cummings.
- [19] **E. Onofri**, “*Lezioni sulla teoria degli operatori lineari*”, Edizioni Universitarie Zara.
- [20] **M. Reed, B. Simon**, “*Functional Analysis*”, Ed. Academic Press.
- [21] **C. Rossetti**, “*Metodi Matematici della Fisica*”, Ed. Levrotto e Bella, Torino.
- [22] **G.E. Silov**, “*Analisi Matematica*”, 3 Vol., Edizioni MIR.
- [23] **V.I. Smirnov**, “*Corso di Matematica Superiore*”, 4 Vol., Editori Riuniti.
- [24] **E.C. Titchmarsh**, “*The Theory of Functions*”, Oxford University Press.
- [25] **F. Tricomi**, “*Equazioni a Derivate Parziali*”, Ed. Cremonese.
- [26] **F. Tricomi**, “*Equazioni Differenziali*”, Giulio Einaudi editore.
- [27] **V.S. Vladimirov**, “*Equations of Mathematical Physics*”, Ed. Mir.
- [28] **V.S. Vladimirov**, “*Le Distribuzioni nella Fisica Matematica*”, Ed. Mir.
- [29] **E.T. Whittaker, G.N. Watson**, “*A Course of Modern Analysis*”, Cambridge University Press.